



UN PASEO
POR EL CASCO ANTIGUO
DE PAMPLONA...

**...con una mirada
matemática**

GUÍA PARA EL PROFESORADO

FICHA TÉCNICA

TÍTULO: *Un paseo por el Casco Antiguo de Pamplona...
con una mirada matemática*
GUÍA PARA EL PROFESORADO

AUTORÍA:
Aitzol Lasa Oyarbide
Jaione Abaurrea Larrayoz
Miguel R. Wilhelmi
Universidad Pública de Navarra (UPNA)

FOTOGRAFÍAS:
Aitzol Lasa Oyarbide
Museo de Navarra

AGRADECIMIENTOS:
Asociación Tornamira de profesores de matemáticas de Navarra
Área de Didáctica de las matemáticas UPNA
Museo de Navarra

DISEÑO Y MAQUETACIÓN:
La Metódica

IMPRESIÓN:
I.S.B.N.: 978-84-89590-98-4
D.L.: DL NA 169-2022

IDEA Y EDICIÓN:
Ayuntamiento de Pamplona
(Área de Educación, Participación Ciudadana y Juventud)
Pamplona, 2022

El mapa del paseo





VISIÓN GENERAL DEL RECORRIDO

- El itinerario discurre por las calles de los tres burgos históricos que forman el Casco Antiguo de la ciudad.
- Edificios modernistas, como el que acoge la Biblioteca Municipal, comparten espacio con otros de origen medieval, mil veces reformados, como la Cámara de Comptos, la Iglesia de San Saturnino o el Palacio del Condestable.
- Entramos a la Plaza Santa Ana por el Rincón de Pellejería, para visitar un huerto urbano en pleno corazón de la ciudad, en el que destaca una cúpula geodésica que nos disponemos a modelizar. El Museo de Navarra nos abre sus puertas a tesoros que no podríamos imaginar, antiguos mapas y calendarios, impresionantes mosaicos con motivos geométricos y objetos geométricos de usos curiosos.
- La cuesta de Santo Domingo y la Plaza Consistorial nos recuerdan celebraciones multitudinarias que requieren una cuantificación aproximada. En el Mercado Municipal hacemos acopio de saludables y cercanos alimentos para coger fuerzas y proseguir con el paseo.
- Finalmente, callejamos por el mismo centro, pero por tranquilos paseos con giros y ángulos, lejos del bullicio de tiendas y comercios, hasta llegar al corazón mismo de la ciudad: la Catedral de Santa María, con su impresionante fachada, digna de una definición matemática precisa y concisa.

2.1
PRIMER
RECORRIDO

Inicio del recorrido



Plaza de San Francisco



Cámara de Comptos de Navarra



Iglesia de San Saturnino



Palacio del Condestable



PRIMERA PARADA

PLAZA DE SANTA ANA

2.2
SEGUNDO
RECORRIDO



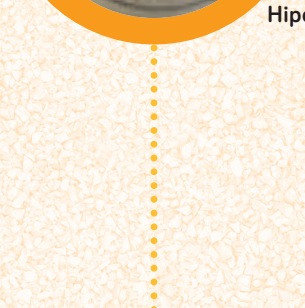
Plaza de Santa Ana:
huerta vecinal



Museo de Navarra



Mosaico de la villa romana del Ramalete



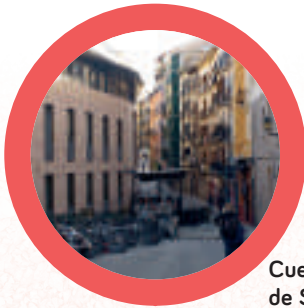
Hipocausto



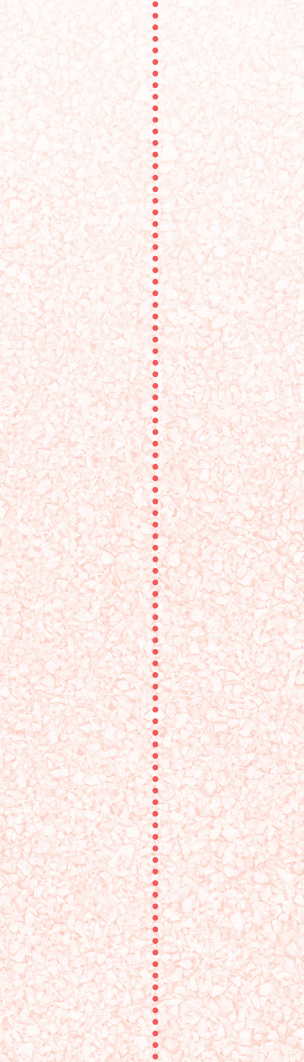
SEGUNDA PARADA

MUSEO DE NAVARRA

2.3
TERCER
RECORRIDO



Cuesta de Santo Domingo



TERCERA PARADA

PLAZA CONSISTORIAL

2.4 CUARTO RECORRIDO



Plaza de los Burgos



Mercado Municipal



Espacio principal del mercado

4

CUARTA PARADA

MERCADO MUNICIPAL

2.5 QUINTO RECORRIDO



Calle del Mercado y Mañueta



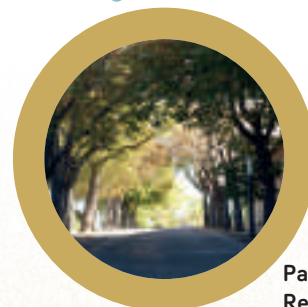
Basílica de San Fermín de Aldapa

5

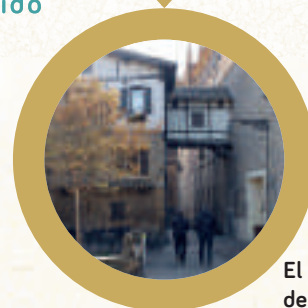
QUINTA PARADA

SAN FERMÍN DE ALDAPA

2.6 SEXTO RECORRIDO



Paseo de Redín



El rincón del Caballo Blanco

6

SEXTA PARADA

CATEDRAL DE SANTA MARÍA

Comparten una actividad conjunta durante el recorrido

Final del recorrido

PLAZA DE SANTA ANA - Domo de Piparrika



A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- Los estudiantes construyen el domo en papel siguiendo el modelo. Dado que el módulo básico (figura 1) se repite cinco veces, se puede construir en grupos de cinco estudiantes.
- En este módulo básico, los segmentos tienen hasta seis longitudes distintas¹, y cada longitud se indica con un color diferente: **A**, **B**, **C**, **D**, **E** y **F**.
- La referencia principal del domo es un triángulo equilátero (**EEE**), pero el modelo utiliza también tres tipos de triángulos isósceles (**BCC**, **DDE** y **AAB**), y un triángulo escaleno (**CDF**). Este último triángulo puede aparecer en cualquiera de sus dos disposiciones simétricas en el plano.
- A medida que los estudiantes construyen el modelo, la maestra repasa la clasificación de los triángulos en función de las longitudes de sus lados.
- Una vez la construcción ha terminado, los estudiantes cuentan el número de triángulos que tiene la construcción:

EEE	Equilátero	10
BCC	Isósceles	30
DDE	Isósceles	30
AAB	Isósceles	30
CDF ²	Escaleno	60

+info

¹Para una cúpula radio unitario, las longitudes de los segmentos deben mantener las siguientes proporciones en relación con este radio:

A	0,253
B	0,295
C	0,294
D	0,312
E	0,324
F	0,298

²Es decir, 30 triángulos en cada posición de simetría.

He aquí el enlace a un modelo dinámico en 3D del domo:
<https://www.geogebra.org/m/utu77b9y>



Plaza de Santa Ana - Domo de Piparrika

Este módulo básico cuenta
con **32 triángulos**:

EEE	Equilátero	2
BCC	Isósceles	6
DDE	Isósceles	6
AAB	Isósceles	6
CDF	Escaleno	12

Se necesitan **5 módulos**
para construir la cúpula.

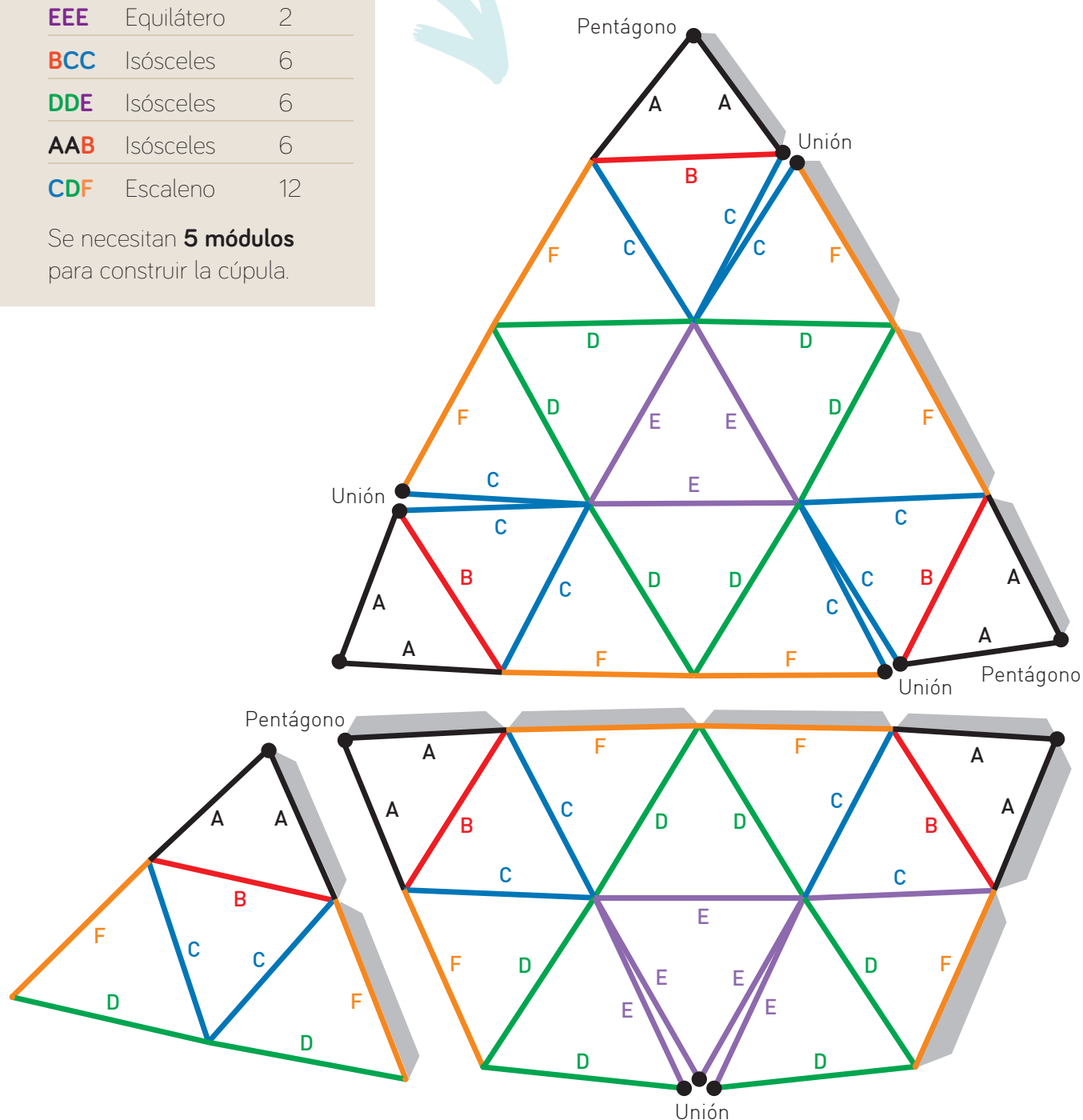


Figura 1. Módulo básico de construcción de la cúpula.

Plaza de Santa Ana - Domo de Piparrika

B) ACTIVIDAD EN PLAZA DE SANTA ANA

Material: cuerda de 1 metro de longitud

- En la parada de la huerta vecinal de Piparrika en la Plaza de Santa Ana, los estudiantes deben buscar el domo con ayuda de la fotografía del cuaderno.
- La actividad consiste en identificar los triángulos equiláteros en la bóveda. Para ello, deben encontrar alguno de los pentágonos de la cúpula, y partiendo de esta referencia, localizar los triángulos equiláteros. Pueden usar la cuerda para medir los lados del triángulo y cerciorarse de que han acertado.
- Por ejemplo, en la imagen se marcan en rojo y negro los triángulos isósceles que forman el pentágono. El segundo triángulo isósceles se marca en rojo y azul, y el tercero en verde y morado. El triángulo equilátero es morado. Por último, el triángulo escaleno es azul, naranja y verde, y puede estar en sus dos disposiciones de simetría respecto al plano: Naranja - Azul - Verde; o Naranja - Verde - Azul.
- En la actividad en el aula, se han contado la cantidad de triángulos que hay de cada tipo. Ahora, se puede medir sobre el terreno la longitud del lado del triángulo equilátero: mide exactamente 80 centímetros, pero los estudiantes deberán aproximar esta medida con su cuerda de un metro a partir de la relación $4/5$ de cuerda.
- A la vuelta, podrán utilizar esta medición para estimar la escala del domo de papel que ya hicieron en clase (sección C).



Plaza de Santa Ana - Domo de Piparrika

C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- Una vez terminado el paseo, los estudiantes medirán la longitud del lado del triángulo equilátero del modelo en papel para compararlo con la medida real y determinar así la escala. Para centrar el trabajo sobre la noción de escala y no sobre las operaciones aritméticas, esta actividad se puede realizar con calculadora¹.
- La actividad en el aula prosigue con la búsqueda de información sobre el domo geodésico y su utilidad.
- El docente guía la búsqueda de información mediante una batería de preguntas que necesitan una respuesta coherente:

a) ¿Por qué es una cúpula esférica?

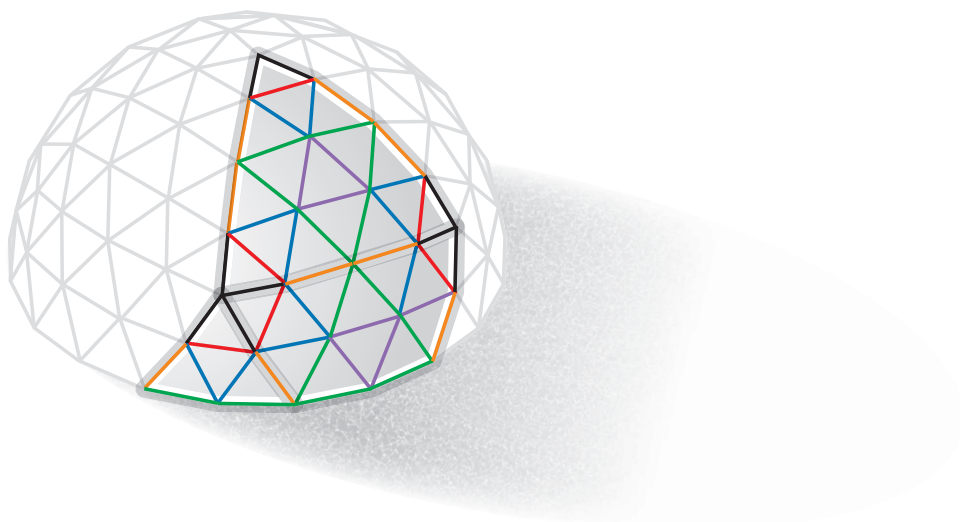
b) ¿Por qué tiene triángulos en su diseño?

c) ¿Tiene propiedades arquitectónicas?

d) ¿Es una construcción segura?

e) ¿Tiene propiedades térmicas?

- En efecto, las respuestas a estas preguntas permiten identificar las propiedades básicas del domo: se trata de una construcción sólida y segura que se mantiene en pie incluso cuando parte de su estructura sucumbe ante, por ejemplo, un impacto o un terremoto; la triangulación de la estructura es la que garantiza esta solidez, porque sus vértices están siempre sobre la esfera; la temperatura interior se mantiene constante y homogénea, y la cúpula favorece la circulación natural del aire.



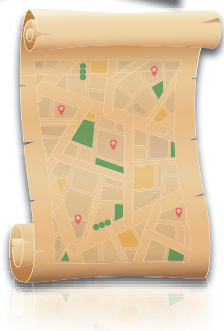
¹ La medida de la impresión en papel puede variar en cada caso; por ejemplo, la escala cambiará si se imprime la figura 1 en A4 o en A3, o si se amplía la figura para ocupar toda la hoja.

+info

Para más información, o como actividad relacionada, el docente se puede poner en contacto con el **CENTRO DE FORMACIÓN PARA EL EMPLEO LANDABEN**, responsable de la construcción de la cúpula.

Teléfono: 948 420 786

MUSEO DE NAVARRA



A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- Los estudiantes tendrán que utilizar e interpretar un mapa para poder realizar el itinerario. Además, uno de los objetos que encontrarán en el Museo de Navarra es precisamente un mapa con miles de años de antigüedad.
- Como actividad previa en el aula, se pedirá a los estudiantes que realicen un mapa indicando el recorrido que realizan desde su domicilio hasta el centro educativo.
- Una vez que hayan realizado el dibujo, pasarán a compararlo con los dibujos de sus compañeros, y se debatirá sobre si cumplen con el objetivo de orientación que todo mapa debe tener:
- Para que el mapa sea útil, ¿aparecen puntos de referencia conocidos? Para que el mapa sea legible, ¿llevan estos puntos de referencia una etiqueta o nombre? ¿mantiene la escala? ¿desde cuándo se emplean mapas? Es decir, ¿de cuándo datará el mapa más antiguo que se conoce?
- Además, a pesar de que el cuaderno de trabajo no incluye una actividad precisa al respecto, el docente hablará del uso de calendarios como elemento de orientación en el tiempo, dado que, en la **Sala de Prehistoria del Museo de Navarra** (en la imagen), no solo se observará uno de los mapas más antiguos de Europa Occidental, sino que también se podrá ver un calendario lunar fechado en el Paleolítico superior.

en +profundidad

Elementos del paisaje



Muestras en múltiplos de 7



B) ACTIVIDAD EN EL MUSEO DE NAVARRA

- En la parada del Museo de Navarra, los estudiantes deben buscar, encontrar y explorar varios objetos relativos a mapas, calendarios, mosaicos o artilugios para sellar acuerdos.
- **En primer lugar**, deben localizar el Mapa de Abauntz (9.815 a.C.), uno de los más antiguos descubiertos en Europa Occidental, realizado en piedra, en el que se representan de forma sintética y esquemática elementos del paisaje y animales que destacan en el mismo.
- **En segundo lugar**, deben localizar el Colgante de Abauntz, un colgante de marfil de mamut grabado con muescas en múltiplos de 7, que se interpreta que es un calendario lunar (10.000 a.C.).
- Una vez localizados estos objetos de la antigüedad, deberán estudiar otros dos objetos de la época romana. En primer lugar, deberán buscar y observar los elementos geométricos del Mosaico de Dulcitius, proveniente de la Villa Romana del Ramalet (cerca de Tudela), que está en el centro de la sala.
- La estructura octogonal del mosaico se ajustaba al pavimento de la estancia, y en él destacan círculos, flores y guirnaladas de hojas.
- La habitación estaba caldeada por un hipocausto, es decir, un suelo radiante actual: el aire caliente de un horno se bombeaba por unas canalizaciones de barro cocido que daban al subsuelo de la estancia, y de esta manera el pavimento de mosaico se calentaba.
- **En tercer lugar**, deberán encontrar y describir una Tésera de la Hospitalidad, es decir, un cuerpo geométrico de bronce utilizado por los pueblos prerromanos del área celtibérica para establecer lazos solidarios de ayuda mutua.
- El objeto consta de dos piezas simétricas que encajan a la perfección; tras cerrar un pacto de amistad, cada parte guardaba consigo la mitad de este objeto a modo de certificado.



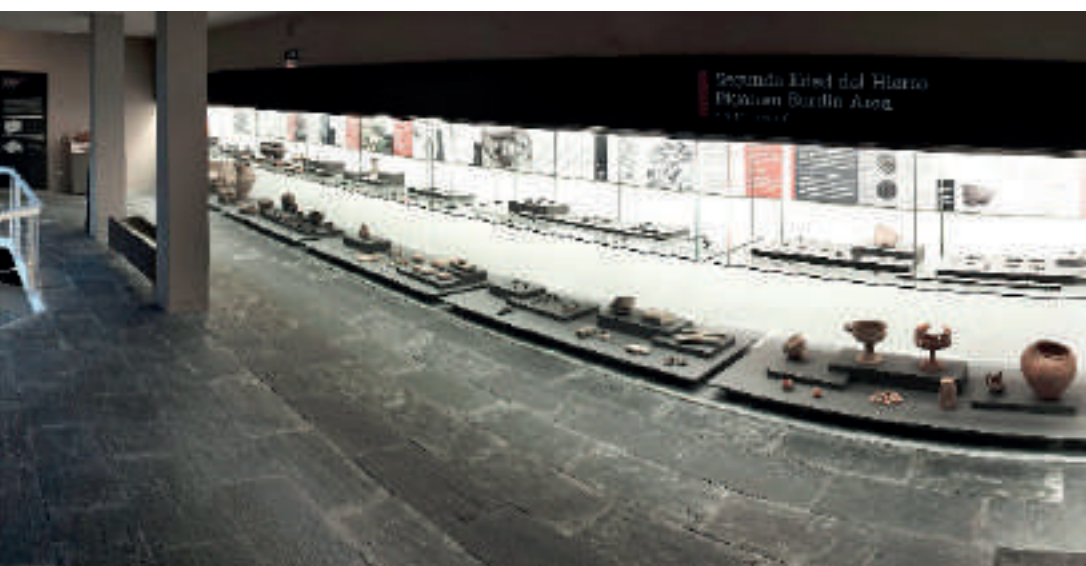
LOCALIZAR UN MAPA:
el Mapa de Abauntz
(9.815 a.C.)



LOCALIZAR UN CALENDARIO:
el Colgante de Abauntz
(10.000 a.C.)



LOCALIZAR UNA TÉSERA:
Tésera de la Hospitalidad



+info

Para más información, o como actividad relacionada, el docente se puede poner en contacto con el **MUSEO DE NAVARRA**.

Teléfono: 848 426 493

Correo electrónico:

didactica.museo.navarra@navarra.es

NOTA IMPORTANTE:

El profesorado deberá ponerse en contacto con el Museo de Navarra para indicar el día y la hora aproximada en la que se tiene previsto visitar el Museo.

C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- El mosaico romano analizado en el Museo de Navarra tiene una característica especial. Tenía debajo una galería, donde se bombeaba el aire caliente proveniente de los hornos para mantener el suelo caliente. De esta forma, se templaba el patio abierto de la casa incluso con bajas temperaturas.
- Este antiguo sistema de calefacción se denomina **hipocausto**, y se usaba en las termas del imperio romano. Este sistema de origen griego se conoce desde el siglo primero antes de Cristo.
- Se trata de una noción interesante que relaciona la ciudad sostenible y el uso de energía, puesto que hoy en día se sabe que el suelo radiante de una vivienda reduce considerablemente la factura de la luz.
- La construcción de una maqueta de hipocausto en el aula puede ser un **proyecto STEM** interesante: se emplean dos láminas de cartón o papel a modo de suelo, con un espacio en medio; para la separación se pueden emplear palillos, corcho o arcilla. Se requiere de un aparato que irradie calor, por ejemplo, una resistencia o una bombilla incandescente, y una corriente de aire, por ejemplo, un ventilador. Se mide con un termómetro la temperatura de superficie y se evalúa la eficiencia del sistema.
- El suelo radiante se puede acoplar a la maqueta del domo que los estudiantes han construido previamente. En este caso, se tiene la maqueta de un invernadero, y se puede comprobar que dentro de la cúpula la temperatura sube más con la misma energía.



+info

Para más información, o como actividad relacionada, el docente se puede poner en contacto con el **MUSEO DE NAVARRA**.

Teléfono: 848 426 493

Correo electrónico:

didactica.museo.navarra@navarra.es

NOTA IMPORTANTE:

El profesorado deberá ponerse en contacto con el Museo de Navarra para indicar el día y la hora aproximada en la que se tiene previsto visitar el Museo.

PLAZA DEL AYUNTAMIENTO

A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- La actividad en la plaza consistorial se centra en la **medida y estimación de áreas**. Para motivar la técnica de conteo por unidades de área, se realiza por grupos la siguiente actividad en el aula:

¿Cuántos garbanzos hay en un paquete de un kilo?

- La técnica básica consiste, evidentemente, en contar todos los garbanzos del paquete, uno a uno. Pero esta técnica es lenta y costosa.
- En lugar de aplicar un conteo exhaustivo, se procede a una estimación razonable utilizando técnicas de proporcionalidad. Para ello, se marcan sobre una lámina de papel cuadrados de igual área, por ejemplo, de 10cm×10cm.
- A continuación, se esparcen los garbanzos sobre las cuadrículas. Se toma un cuadrado de referencia y se cuentan únicamente los garbanzos que hay en una de sus longitudes de lado. Se multiplica esta cantidad consigo misma, es decir, se eleva al cuadrado, para obtener el número de garbanzos en uno de los cuadrados. Por último, se multiplica la cantidad de garbanzos que hay en un cuadrado por el número de cuadrados completados. En caso de quedar un cuadrado sin completar, se estima la cantidad de garbanzos a partir de fracciones simples: medio, tercio, dos tercios, cuarto, tres cuartos, etc.¹
- Cada grupo de estudiantes ha realizado la actividad por su cuenta, y encuentra una respuesta a la pregunta **¿cuántos garbanzos hay en un kilo?** Como la respuesta puede variar de un grupo a otro, se calcula la media aritmética de estas cantidades, y se discute el significado y la utilidad de este promedio.



¹ Como alternativa, se puede realizar la actividad sobre la cantidad de garbanzos en 100gr, y estimar por proporcionalidad.

3

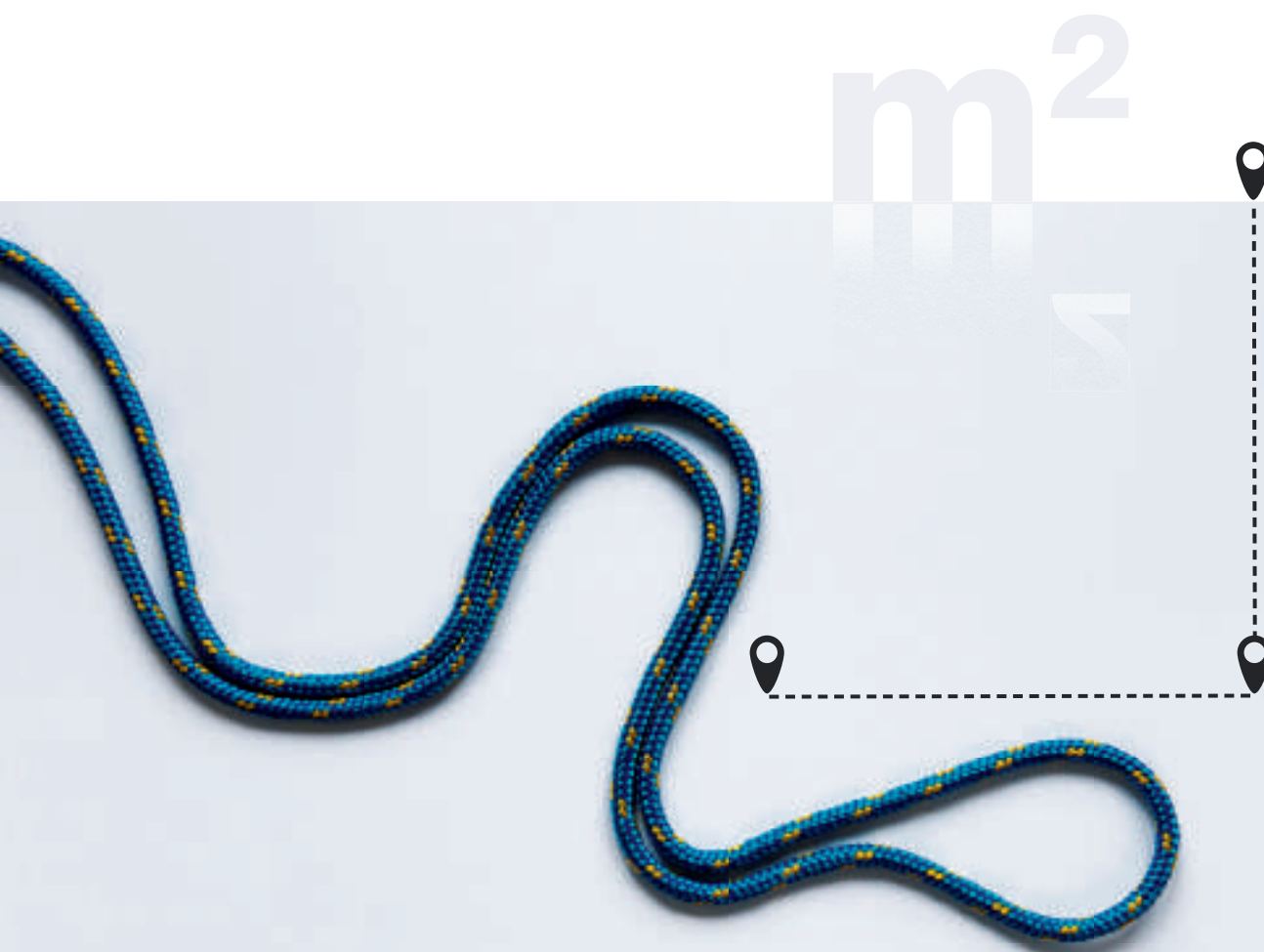
TERCERA
PARADA

Plaza del Ayuntamiento



B) ACTIVIDAD EN LA PLAZA DEL AYUNTAMIENTO

- Todos los años, el 6 de julio a las 12:00 del mediodía, se lanza el tradicional cohete que anuncia el comienzo de las fiestas en honor a San Fermín: ¡el chupinazo!
- Salvo estos años por la COVID-19, la plaza se llena a rebosar de gente, joven en su mayoría, pero venida de todos los rincones del mundo.
- El evento se televisa, y el comentario general suele ser que la plaza siempre parece más grande en la pantalla que en la realidad. Aun y todo, entra mucha gente en la plaza, pero, ¿cuánta aproximadamente?
- Los estudiantes deben utilizar **la técnica del conteo de garbanzos** para estimar cuanta gente puede entrar en una plaza a rebosar.
- Para ello, se utiliza la cuerda de un metro para marcar en el suelo un cuadrado de metro de lado. Los estudiantes deben estimar cuánta gente puede entrar en un metro cuadrado: ellos mismos deben entrar en el metro cuadrado y decidir cuantos entran en él.
- A continuación, deben estimar los metros cuadrados de la plaza, y deben multiplicar la cantidad de gente que entra en un metro cuadrado por el número de metros cuadrados de la plaza.



Plaza del Ayuntamiento

C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- Los itinerarios matemáticos ofrecen la posibilidad de vincular la actividad matemática con la historia de la ciudad.
- El edificio del Ayuntamiento está emplazado sobre una vaguada que separaba los diferentes barrios o burgos de la ciudad, y se pedirá a los estudiantes una actividad relacionada.
- El 8 de septiembre de 1423 Carlos III el Noble ordenó la unificación de los burgos, y fijó asimismo cómo tendría que ser el escudo de la nueva ciudad. Los estudiantes dibujarán un escudo de Pamplona a partir de la “definición” original.
- Esta es la definición (*Martinena, 2020, p. 1920, simplificado*):

“De nuestra autoridad real, hemos querido y ordenado que, en dicho pueblo de nuestra muy noble ciudad de Pamplona, unido como es, haya un sello grande y otro menor, y un pendón de las mismas armas, de las cuales el campo será azul, en medio habrá un león andante, que será de plata, y tendrá la lengua y las garras rojas, y alrededor de dicho pendón estarán nuestras armas de Navarra, del que el campo será rojo y la cadena de alrededor, de oro. Y sobre dicho león habrá una corona real de oro, en señal que los reyes de Navarra suelen y deben ser coronados en la Iglesia Catedral de Santa María de Pamplona”.

- Los estudiantes **dibujarán libremente** siguiendo esta “definición”.

+info

Para **más información** sobre el escudo de armas de Pamplona y demás información relativa a curiosidades sobre Pamplona, el docente puede consultar la obra:

*Martinena Ruiz, J.J. (2020).
Cosas de la vieja Iruña.
Ayuntamiento de Pamplona.*

MERCADO MUNICIPAL

A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- En la actividad del mercado se pide a los estudiantes que manejen cantidades económicas y magnitudes de distancia.
- Se propone aquí una **actividad aritmética** como paso previo a la gestión económica que se tendrá que realizar en el mercado.
- La actividad consiste en calcular la cantidad económica que tendrá que aportar cada estudiante en la preparación de una merienda de cumpleaños saludable.
- Se aportan las cantidades de personas, ingredientes y precios, y se opera sobre ellos utilizando una plantilla en la que se anotan los cálculos y las cuentas.
- Se prevén las siguientes operaciones: sumas y divisiones sencillas (división por dos, por tres, por cuatro o por cinco) con números decimales de dos cifras decimales (céntimos de euro).
- En todo caso, la utilización de técnicas de cálculo mental permite operar sobre euros y céntimos de manera independiente, evitando trabajar sobre números decimales.



Mercado Municipal

B) ACTIVIDAD EN EL MERCADO

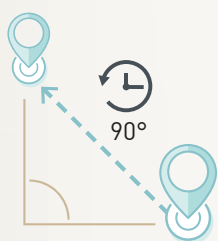
- En el mercado, los estudiantes se organizan en grupos de cinco. Cada grupo deberá **seleccionar tres puestos de venta**, y deberán entrevistar al vendedor del puesto en relación a un producto de venta por puesto, para obtener el precio del producto (€/kg) y su distancia de producción (km).
- En comparación con la actividad aritmética de aula, puede haber múltiples variaciones.
- Puede ocurrir que los alimentos tengan ofertas especiales, por ejemplo: que se ofrezcan tres alimentos al precio de dos, que los precios varíen en función de una compra de un kilo de producto o de cinco kilos, etc.
- Puede ocurrir que los precios se den por unidad. En ese caso, se tendrá que estimar o medir el peso del producto, y se tendrá que emplear la división o la proporcionalidad para obtener el precio por kilogramo.
- La información se debe recoger de manera ordenada y legible para su posterior utilización en el aula.

C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- Los estudiantes realizan una puesta en común con los datos obtenidos en el mercado por los distintos grupos.
- Se ordenan los datos en función del precio (del más barato al más caro) y en función de la distancia de producción (del más cercano al más lejano).
- A continuación, el docente gestiona una discusión sobre la lectura cruzada de estas dos tablas. El producto más barato debería ser asimismo el más cercano; el producto más caro, el más lejano. En caso de que esto no sea así, se pide a los estudiantes que opinen sobre los gastos de energía en el desplazamiento de alimentos, su relación con el impacto ambiental.



BASÍLICA DE SAN FERMÍN DE ALDAPA



A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- El uso de un mapa implica una actividad de orientación, y se propone a los estudiantes un juego por parejas. El primer jugador piensa y escribe **un itinerario dentro del centro educativo**, el cual conduce a un tesoro ficticio escondido en este lugar. A continuación, ambos jugadores intercambian sus roles.
- Los jugadores solo pueden emplear dos tipos de órdenes en el diseño del itinerario:
 - 1) avanza una serie de pasos, hasta llegar a cierto lugar.
 - 2) gira tantos grados hacia la derecha o hacia la izquierda.
- El docente irá fijando el número máximo de órdenes. Al principio, un máximo de tres para asegurarse de que comprenden el juego, y luego entre diez-quince para la aplicación sistemática de las órdenes.
- Se trabajan la orientación y los ángulos de giro. El lenguaje matemático fundamental empleado son los ángulos básicos: 360° , 180° y 90° ; giros en sentido horario o antihorario. Es decir, una vuelta entera (*"me quedo mirando hacia el mismo sitio"*), media vuelta (*"me quedo mirando hacia atrás"*) o un cuarto de vuelta (*"me quedo mirando hacia la derecha/izquierda"*). Los estudiantes más intrépidos tal vez traten de utilizar ángulos *"inusuales"*: 120° , 60° o 45° . Es decir, un tercio, sexto u octavo de vuelta.

B) ACTIVIDAD EN LA BASÍLICA

- Esta parte del recorrido se realiza siguiendo las mismas indicaciones que en el juego. Los estudiantes deben encontrar el itinerario a partir de giros en sentido horario y antihorario.

C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- Se cree que el santo nació en este terreno. Los estudiantes deben buscar información sobre San Fermín:

¿En qué año se cree que nació el santo?

¿En qué año murió?

¿Cuántos años vivió?



CATEDRAL DE SANTA MARÍA

A) ACTIVIDAD PREVIA EN EL AULA

- Los estudiantes saldrán al patio del centro educativo y realizarán una descripción del mismo, con el requisito de **utilizar el lenguaje geométrico** que conozcan.

B) ACTIVIDAD EN LA CATEDRAL

- Una vez se llega a la catedral, los estudiantes deberán emplear este vocabulario geométrico para **describir la fachada** de la misma.

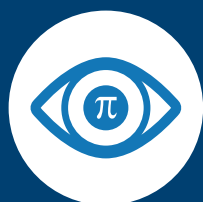
C) ACTIVIDAD FINAL EN EL AULA

- La actividad final se vincula a la ya expresada en la tercera parada. Se aporta a los estudiantes un fragmento de la descripción original del escudo de armas de la unificada ciudad de Pamplona, y estos tendrán que **reproducir un diseño** que se ajuste a la definición de este escudo.
- Se trata de una actividad artística que pone punto final al primer itinerario en la ciudad.



B) Actividad
en la Catedral





Dimos un paseo por el Casco
Antiguo de Pamplona...

**...¡y vimos las matemáticas
en la ciudad!**